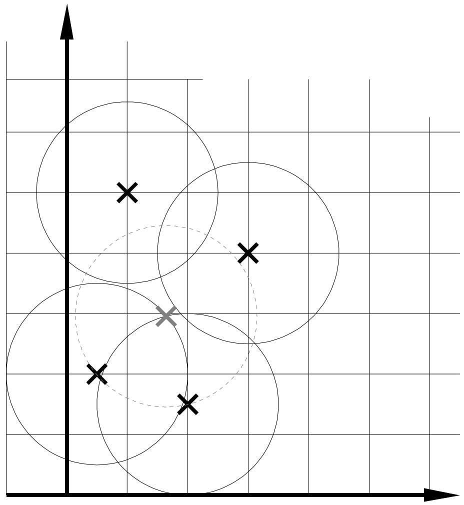
Übung Sensornetze – (für 20. Januar 2005)

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 16: Positionsbestimmung ohne Distanzschätzung

Ein Knoten A empfängt ein Paket einer seiner Nachbarn mit dessen Positionsangabe (1.0,5.0). Ein weiterer Nachbar meldet sich von der Position (3.0,4.0). Außerdem empfängt er ein Paket von Knoten B, der seine eigene Position ebenso wie A nicht genau bestimmen kann. B teilt jedoch mit, dass einer seiner Nachbarn auf der Position (0.5,2.0) und ein weiterer auf der Position (2.0,1.5) zu finden ist. Der Sendebereich aller Knoten betrage 1,5 Maßeinheiten.



a) Ist (2.0,5.0) ein möglicher Standort von A und ist (2.0,4.0) eine mögliche Position von A?

b) In einem anderen Szenario gibt es nur einen unlokalisierten Knoten A und eine Menge von Nachbarn, die ihre Position kennen. Wie groß kann der Fehler bei der Positionsbestimmung von A maximal werden? Wie sieht die Konfiguration der Knoten dann aus? Kann es auch Konfigurationen von Knoten geben, in denen der Fehler theoretische immer größer als Nulll ist?

Übung Sensornetze – (für 20. Januar 2005)

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Lösung Aufgabe 16a:

Die Lösung funktioniert analog zur Vorgehensweise aus der Veranstaltung „Lokalisierung“, Abschnitt „Einfache globale Positionierung“.

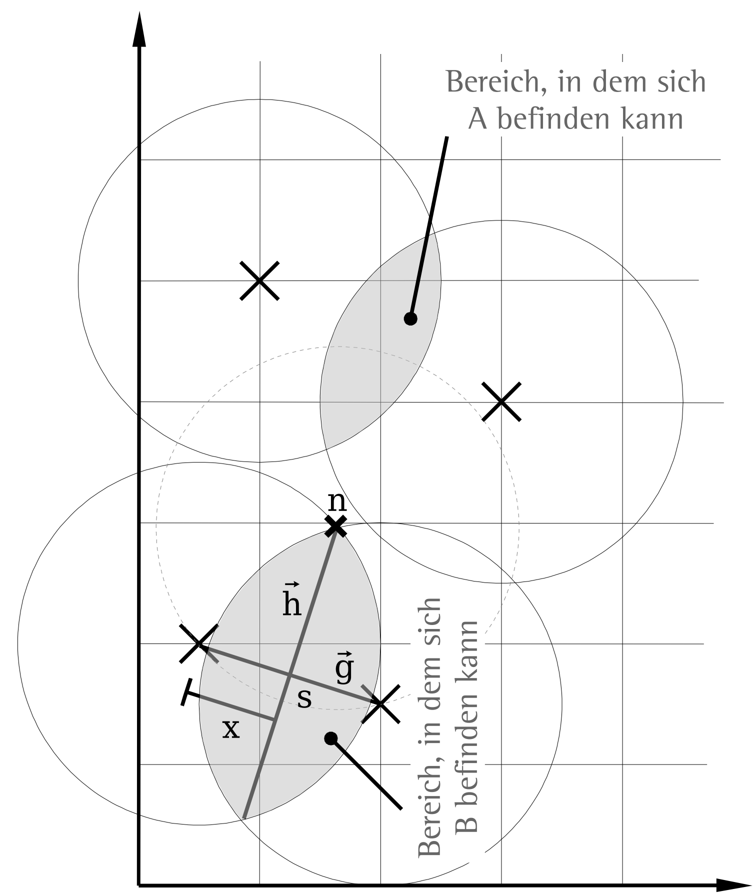
Für den Knoten B muss der Punkt in dessen erlaubten Bereich gesucht werden, für den der Senderadius möglichst weit in den Bereich von A hineinreicht. Nach der Skizze ist dies der obere Schnittpunkt n der beiden Kreise um die Positionen (0.5,2.0) und (2,1.5.0). Die Berechnung von n erfolgt analog zur Vorgehensweise in Abschnitt Einfache globale Positionierung der Veranstaltung Lokalisierung. Da in diesem Fall beide Kreise den gleichen Radius 1.5 haben, kann der Punkt s durch den das Lot verläuft jedoch auch unmittelbar berechnet werden.

$$s=\begin{pmatrix}0.5\\2\end{pmatrix}+0.5\left[\begin{pmatrix}2\\1.5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0.5\\2\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1.25\\1.75\end{pmatrix} \qquad h=\begin{pmatrix}0.5\\1.5\end{pmatrix}$$

$$1.5^2=d_{s,n}^2+\left(\frac{\sqrt{2.5}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow d_{s,n}=\sqrt{1.625}$$

$$n=s+d_{s,n}\frac{1}{|h|}\vec{h} \qquad n=\begin{pmatrix}1.25\\1.75\end{pmatrix}+d_{s,n}\frac{1}{\sqrt{2.5}}\begin{pmatrix}0.5\\1.5\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}1.65\\2.96\end{pmatrix}$$

Der Punkt (2,4) ist mit |(2,4)-n|=~1.1 noch innerhalb der Sendereichweite von n, der Punkt (2,5) ist mit |(2,5)-n|=~2.1 bereits außerhalb der Sendereichweite von n und daher kein möglicher Standort von A.



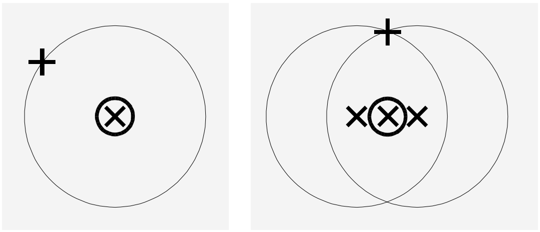
Übung Sensornetze – (für 20. Januar 2005)

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Lösung Aufgabe 16b:

Der Fehler bei der Positionsbestimmung kann nicht größer als der kleinste Senderadius sein, da sonst die zur Orientierung nötigen Nachbarknoten nicht mehr erreichbar wären. Darüber hinaus darf es bei maximalen Fehler nur einen Nachbarn geben, der gerade noch gehört wird. Denn der Senderadius um einen zweiten Knoten würde sich bereits mit dem des ersten schneiden und so den möglichen Bereich einschränken.

+ wahre Knotenposition
× Nachbarposition
⊗ angenommene Knotenposition



Natürlich kann der Fehler bei der Bestimmung der Position immer auch Null werden, denn jede optimale Position ist natürlich auch eine gültige, die angenommen werden kann.

Übung Sensornetze

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 17 (I): Generelle Überlegung zur Bestimmung lokaler Koordinaten durch Distanzschätzung

Folgender Sachverhalt wird betrachtet: Ein Knoten i wurde als Zentrum des globalen KS gewählt. Ein weiterer Knoten k hat auch ein eigenes lokales KS erzeugt. Nun sollen alle Nachbarn von k die i noch nicht bekannt sind in das globale Koordinatensystem aufgenommen werden.

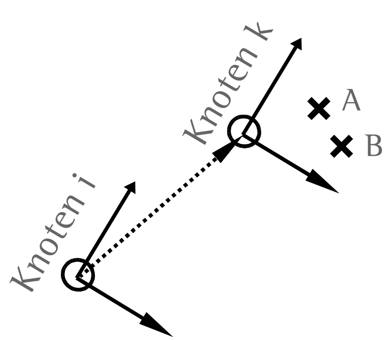
a) Warum müssen die Nachbarn von k überhaupt transformiert werden? Hätte k nicht sein eigenes Koordinatensystem so wählen können, dass dies nicht nötig ist?

Lösung:

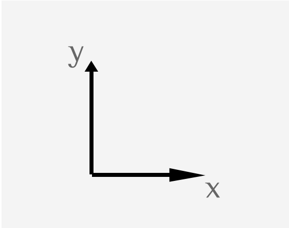
k selbst ist per Def. Ursprung seines lokalen KS und wählt zur Bestimmung seiner X- und Y-Achse Kandidaten aus seinem eigenen Local View Set aus, die Verbindung zu möglichst vielen anderen Knoten seines LVS haben. Begriffe wie oben/unten, rechts/links gibt es zu diesem Zeitpunkt nicht. Nur die Konnektivität spielt eine Rolle. Begriffe wie oben, rechts etc. realisieren sich erst dann, wenn k selbst Teil eines „größeren" bzw. globaleren Koordinatensystems wird.

b) Zeichnen Sie eine Konfiguration von Knoten, in der k seine Nachbarn nur verschieben muss, damit sie in das globale KS passen.

Lösung:



Hinweis: Die beiden Knoten A und B sind bereits im Koordinatensystem von i dargestellt. Dies liegt daran, dass der Knoten k selbst bereits seine Position in Bezug zu i eingenommen hat.

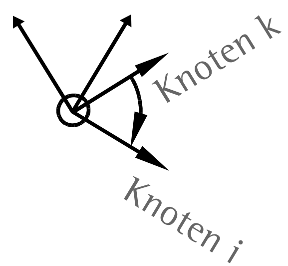


Übung Sensornetze

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

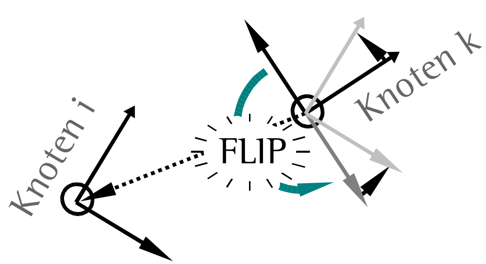
Lösung Aufgabe 17 (I)

c) Zeichnen Sie einen Fall, in dem nur eine Drehung nötig ist. Was ist die Besonderheit an diesem Fall?



Wenn keine Translation nötig ist, müssen sich die Knoten am gleichen Ort befinden, was eigentlich nicht möglich ist. In der Praxis können aufgrund von Ungenauigkeiten bei der Distanzschätzung solche Fälle dennoch auftreten.

d) Zeichnen Sie einen Fall, in dem eine Drehung, eine Verschiebung und die Spiegelung einer Achse nötig ist.



Übung Sensornetze

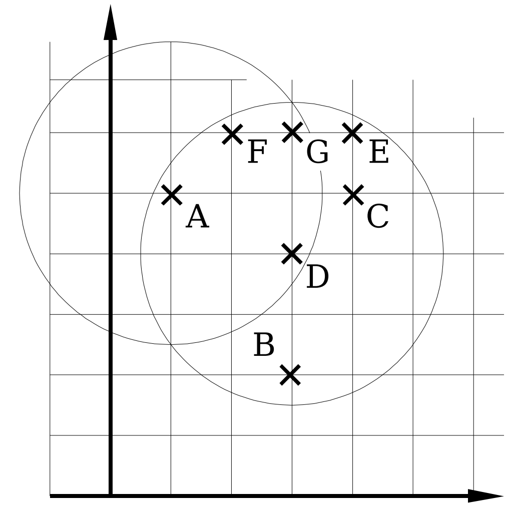
Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 17 (II): Bestimmung lokaler Koordinaten durch Distanzschätzung

Die Knoten A-G haben untereinander die Abstände, die der folgenden Tabelle entnommen werden können:

	A	B	C	D	E	F	G
A	0			2,24	3,16	1,41	2,24
B		0		2			
C			0	1,41	1	2,24	1,41
D	2,24	2	1,41	0	2,24	2,24	2
E	3,16		1	2,24	0	2	1
F	1,41		2,24	2,24	2	0	1
G	2,24		1,41	2	1	1	0

Kein Tabelleneintrag bedeutet, dass auch keine Verbindung zwischen den entsprechenden Knoten besteht.



Bemerkung: Die Grafik dient nur der Anschauung, man benötigt sie nicht zum Lösen der Aufgabe. Jedoch hätte man sie, bis auf die Drehung „auf dem Blatt" aus den Abständen rekonstruieren können (außer Knoten B).

a) Welcher Knoten eignet sich auf Grundlage dieses Wissens besonders gut als Ursprung, welcher als X-Achse? Welcher Knoten ist am wenigstens geeignet und warum?

Lösung:

Als Ursprung eignet sich besonders D, da er Verbindung zu allen anderen Knoten hat. Für die X-Achse bietet sich G oder F an, da diese zu allen anderen Knoten, außer zu B Verbindung haben. Für die folgende Aufgabe wird festgelegt:

D: Ursprung
G: Definiert die X-Achse
F: Definiert die Richtung der Y-Achse

Knoten B eignet sich am wenigsten, da er nur Verbindung zu D hat. Mit Hilfe von B könnte man keinen weiteren Knoten lokalisieren.

Übung Sensornetze

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 17 (II): Bestimmung lokaler Koordinaten durch Distanzschätzung

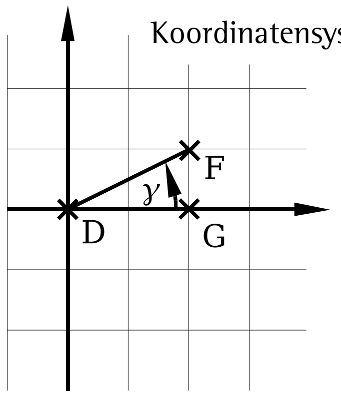
b) Der Knoten C hat auch ein lokales Koordinatensystem erzeugt und sich hierzu den Knoten E zur Definition der X-Achse und den Knoten G zur Ausrichtung der Y-Achse gewählt. Welche globale Koordinate hat die Position (1,1) des lokalen KS von C?

Lösung:

Das Koordinatensystem von D:

Am Anfang steht erst fest, dass Knoten D der Ursprung und Knoten G (je nach Wahl) die X-Achse des KS definiert. Da G lt. Tabelle den Abstand 2 von D hat folgt G=(2,0). Nun muss noch die Koordinate von F berechnet werden. Lt. Cosinussatz aus der Vorlesung gibt für den Winkel gamma zwischen DG und DF:

$$\gamma = \operatorname{acos}\left(\frac{2^2+2.24^2-1}{2\times2\times2.24}\right) \approx 26{,}6° \Rightarrow \quad F = 2{,}24 \times \begin{pmatrix}\cos(\gamma)\\ \sin(\gamma)\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}$$

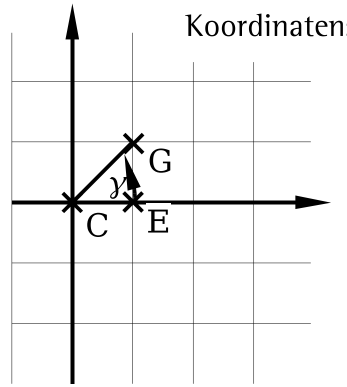


Der Faktor 2,24 zum Berechnung von F stammt aus der Tabelle (Distanz DF). Mit der Entscheidung die Y-Komponente von F positiv zu wählen (also sin(gamma) denn sin (-gamma) wäre auch in Ordnung gewesen) wurde gewissermaßen implizit festgelegt, dass von nun an die Y-Achse in Richtung von F zeigt.

Übung Sensornetze

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 17 (II): Bestimmung lokaler Koordinaten durch Distanzschätzung

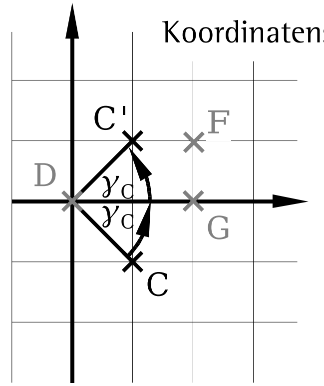


Lösung:

Das Koordinatensystem von C:

Zur Lösung der Aufgabe soll eine Koordinate des KS von C in das KS von D transformiert werden. C selbst hat E als X-Achse und G zur Bestimmung der Richtung der Y-Achse definiert. Es folgt nun also die gleiche Überlagung wie für das KS von D. Da E lt. Tabelle genau eine Längeneinheit von C entfernt ist, ergibt sich für E=(1,0) und für G:

$$\gamma = \mathrm{acos}\left(\frac{1{,}41^2+1^2-1^2}{2\times 1{,}41\times 1^2}\right) \approx 45° \Rightarrow G = 1{,}41\times\begin{pmatrix}\cos(45°)\\ \sin(45°)\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$



Nun muss das Koordinatensystem von C in dasjenige von D gedreht werden. Offensichtlich muss hierzu bekannt sein, wo die Knoten C, E und G in Bezug zum KS von D liegen.

Winkel zwischen der X-Achse des KS von D und DC:

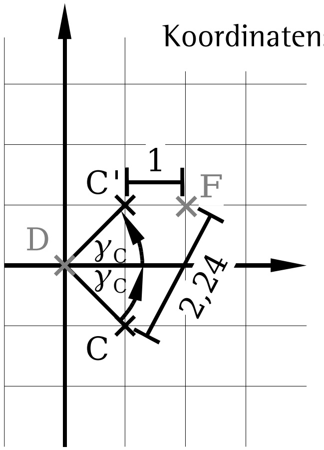
$$\gamma_C = \mathrm{acos}\left(\frac{1{,}41^2+1^2-1^2}{2\times 1{,}41\times 1^2}\right) \approx 45° \Rightarrow \qquad C = 1{,}41\times\begin{pmatrix}\cos(45°)\\ \pm\sin(45°)\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}1\\ \pm 1\end{pmatrix}$$

Beachten Sie hier, dass eine Fallunterscheidung aufgetreten ist, denn man kann den Winkel zwischen DC und der X-Achse nach unten und oben abtragen. Bisher haben wir nur Knoten in Koordinatensystemen berechnet, deren Y-Achse richtungsmäßig noch nicht definiert war. Wir haben dabei einfach definiert, dass Y in Richtung des neuen Knoten zeigt. Diese Freiheit gibt es nun nicht mehr.

Übung Sensornetze

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 17 (II): Bestimmung lokaler Koordinaten durch Distanzschätzung



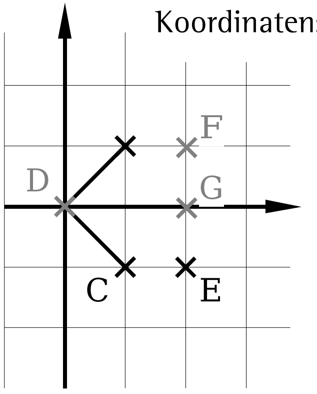
Lösung:

$$\gamma_C = \operatorname{acos}\left(\frac{1{,}41^2+1^2-1^2}{2\times 1{,}41\times 1^2}\right)\approx 45°\Rightarrow \qquad C=1{,}41\times\begin{pmatrix}\cos(45°)\\ \pm\sin(45°)\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}1\\ \pm 1\end{pmatrix}$$

Bei beiden Fälle für C lassen sich jedoch leicht unterscheiden, wenn man die Entfernung zum Knoten F berechnen. Für (1,1) ist diese Entfernung gerade 1, laut Tabelle müßte sie jedoch 2,24 sein. Dies trifft jedoch nur für die Variante (1,-1) zu. Es folgt daher C=(1,-1).

Mit der gleichen Vorgehensweise läßt sich nun der Knoten E im Koordinatensystem von D lokalisieren, den Knoten G kennen wir ja bereits aus der Initialisierung des KS von D zu Anfang.

$$\gamma = \operatorname{acos}\left(\frac{2^2+2{,}24^2-1}{2\times 2\times 2{,}24^2}\right)\approx 26{,}6°\Rightarrow \quad E=2{,}24\times\begin{pmatrix}\cos(\gamma)\\ \pm\sin(\gamma)\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}2\\ \pm 1\end{pmatrix}$$



Laut Tabelle muss der Abstand EF 2 sein, somit ergibt sich E=(2,-1).

Ab hier ist die Aufgabe praktisch gelöst, denn die X-Achse des KS von C, also CE zeigt in die gleiche Richtung wie die X-Achse des KS von D, also DG. Auch die Y-Achsen sind parallel. Um daher den Punkt (1,1) aus dem KS von C in das von D zu transformieren muss er lediglich um (1,-1) verschoben werden (denn das KS von C unterscheidet sich vom KS von D lediglich um diese Verschiebung).

Lösung: Transformierter Punkt (2,0).

Übung Sensornetze

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 17 (II): Bestimmung lokaler Koordinaten durch Distanzschätzung

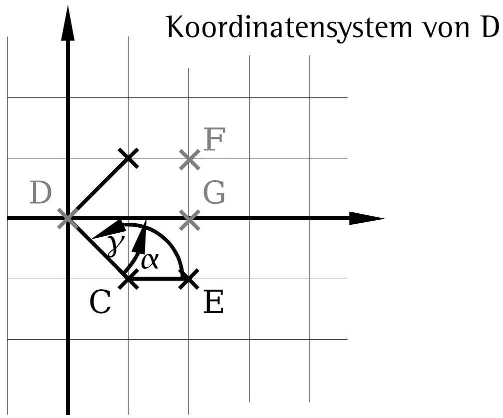
Lösung:

Wären die Achsen nicht zufällig parallel gewesen, so hätte man noch den Winkel für die Drehung berechnen müssen.

$$\alpha = \operatorname{acos}\left(\frac{1}{|E-C||D-C|}(E-C)\times(D-C)\right) = \operatorname{acos}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}\right) = \operatorname{acos}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = 135°$$

$$\gamma = 45°$$

Wegen 135°+45°+180°=0° ist die Drehung nicht nötig. Hätte sich ein anderer Winkel ergeben, so hätte man zuerst die Drehung von (1,1) und dann die Verschiebung vornehmen müssen.



Übung Sensornetze

Vorlesung 9: Lokalisierung in Sensornetzen

Aufgabe 17 (II): Bestimmung lokaler Koordinaten durch Distanzschätzung

c) Welche Besonderheit ergibt sich bei der Positionsbestimmung von Knoten B? Wie kann der Knoten unter den gegebenen Umständen bestmöglich lokalisiert werden (nur verfahrensmäßig, Sie brauchen nicht zu rechnen).

Lösung:

Da der Knoten B nicht unmittelbar lokalisiert werden kann, kann man höchstens seinen Bereich einschränken. Der Tabelle läßt sich entnehmen, wie weit B von D entfernt ist. Zusätzlich muss gelten, dass B nicht im Sendebereich der anderen Knoten liegen darf. Dem entsprechend verbleibt der weiße Bogen in der Skizze rechts.