

Übung Sensornetze – (für 25. November 2004)

Vorlesung 3: Fehlererkennung und energieeffizientes MAC

Aufgabe 3.1: CRC Polynome

Teilen Sie die Nachricht 10111010011 durch das Generator Polynom 10011 und geben Sie den Rest an.

(1) Lösung:

$$\begin{array}{r}
 10111010011 \\
 \underline{10011} \\
 0010001 \\
 \quad \underline{10011} \\
 \quad 00010001 \\
 \quad \quad \underline{10011} \\
 \quad \quad 000101 = \text{Rest}
 \end{array}$$

(2) Abziehen des Rests (= XOR Operation weg. der Modulo-2 Rechnung):

$$\begin{array}{r}
 10111010011 \text{ Nachricht} \\
 \text{XOR } \underline{\quad \quad 101} \text{ Rest} \\
 10111010110 \text{ Ergebnis (sollte nun restlos teilbar sein)}
 \end{array}$$

(3) Probe:

$$\begin{array}{r}
 10111010110 \\
 \underline{10011} \\
 0010001 \\
 \quad \underline{10011} \\
 \quad 00010011 \\
 \quad \quad \underline{10011} \\
 \quad \quad 00 = \text{Rest}
 \end{array}$$

Bemerkung zur Probe: In einer realen Implementierung hätte man der Nachricht 4 Nullen angehängt, um diese durch das XOR mit dem Rest nicht zu verändern.

Übung Sensornetze

Vorlesung 3: Fehlererkennung und energieeffizientes MAC

Aufgabe 3.2: CRC Polynome

Schreiben Sie eine Routine in Pseudocode oder besser in Java oder C, die für einen übergebenen Bitstring (Sie können auch einen Bytestring mit den Zeichen '0' und '1' verwenden) die Division mit einem ebenso übergebenen Generatorpolynom durchführt. Das boolesche Ergebnis soll die Teilbarkeit bestätigen oder ablehnen.

Lösung:

```
bool Divisible(char* bit_string, long length_bit_string, char* generator, long length_generator)
{
    // generator is longer than bit_string? yes -> return true/false, since division makes no more sense

    if(length_generator > length_bit_string) {

        if(bit_string[0] == '0') return true; // no leading 1 means no rest (see skip) -> finish
        else return false;                  // Rest? yes (and finish)
    } // if

    for(int i = 0; i < length_generator; i++) // bit by bit XOR operation
        if(bit_string[i] != generator[i]) bit_string[i] = '1';
        else bit_string[i] = '0';

    // skip leading zeros

    long skip;

    for(skip = 0; skip < length_bit_string; skip++) {
        if(bit_string[skip] == '1') break;
    } // if

    if((length_bit_string-skip) == 0) return true; // no more rest? yes -> division worked

    return Divisible(&(bit_string[skip]), length_bit_string-skip, generator, length_generator);
} // Divisible
```

Übung Sensornetze

Vorlesung 3: Fehlererkennung und energieeffizientes MAC

Aufgabe 3.3: CRC Polynome

- (a) Bei welcher Art von Fehler ist bei einem gegebenen Generatorpolynom dessen Versagen vorherzusehen?

Lösung:

Solche Fehler, die gerade dem Generatorpolynom selbst entsprechen, werden natürlich immer ohne Rest geteilt. Das gleiche gilt für Fehler, die das Generatorpolynom gleich mehrfach vollständig enthalten.

- (b) Wie lang muss ein Generatorpolynom mindestens sein, um sicher jeden Fehler eines übertragenen Bitstrings zu detektieren?

Lösung:

Sicher kann man sich niemals sein, da ein Fehler theoretisch immer so auftreten kann, dass er die Nachricht verändert und – wenn auch zufällig – den Teilungsrest so anpaßt, dass der Fehler nicht bemerkt wird. Mit dem Prüfverfahren kann man lediglich die Wahrscheinlichkeit für solche Fälle minimieren.

Mit anderen Worten: Der Fehler kann unabhängig vom Prüfverfahren aus einem gültigen Codewort ein anderes gültiges Codewort machen, jedoch eines, das der Sender gar nicht verschicken wollte. Der Empfänger hat keine Möglichkeit dies zu detektieren.

Übung Sensornetze

Vorlesung 3: Fehlererkennung und energieeffizientes MAC

Aufgabe 4.1: Poisson-Verteilung

Ein Publikum bestehe aus 10 Zuhörern, wobei ein durchschnittlicher Zuhörer eine Ankunftsrate von 0.1 Phonemen (Laute, aus denen sich Sprache zusammensetzt) pro Zeiteinheit (Rahmenzeit) erzeugt. Ein Sprecher ist in der Lage bis zu einer Rate von 2 Phonemen pro Zeiteinheit weiter zu reden. Wie hoch ist der Datendurchsatz den der Sprecher erreichen kann, wenn für seine Rede alle Zeiteinheiten verloren gehen, in denen 3 oder mehr Phoneme von den Zuhörern ankommen?

Lösung:

Mittlere Ankunftsrate pro Person = 0.1 / für 10 Personen = 10×0.1

Der Sprecher kann 0, 1 oder 2 Ankünfte verkraften, die mit folgender Wahrscheinlichkeit auftreten:

$$P = \sum_{i=0}^{i=2} \frac{(10 \times 0.1)^i}{i!} e^{-10 \times 0.1} \approx 0,92$$

Der Sprecher kann mit ca. 92% seiner Maximalgeschwindigkeit reden, da er bei ca. 8 % der Rahmen von 3 oder mehr ankommenden Phonemen gestört wird.

Übung Sensornetze

Vorlesung 3: Fehlererkennung und energieeffizientes MAC

Aufgabe 4.2: Energieeffizienz des klassischen Aloha

Ein Knoten hat folgende Leistungsdaten

Grundverbrauch : 8 mA
 zusätzlich während Sendens : 20 mA
 zusätzlich während Empfang: 6 mA

Der Verbrauch des Knotens darf im Durchschnitt bis zu 18 mA betragen. Wie hoch darf unter Einhaltung dieser Bedingung die Senderate maximal sein?

Lösung:

$$\begin{aligned} (1-e^{-g}) \times 20 + e^{-g} \times 6 + 8 &\leq 18 \\ 20 - 20e^{-g} + 6e^{-g} + 8 &\leq 18 \\ e^{-g}(6-20) &\leq -10 \\ e^{-g} &\geq 10/14 \\ 1/e^{-g} &\geq 10/14 \\ 14/10 &\geq e^{-g} \\ \ln(14/10) &\geq g \\ 0.336 &\geq g \end{aligned}$$

Bemerkung zum Begriff Ankunftsrate: Der Begriff ist insofern missverständlich, als die Pakete die man bei der Ankunftsrate betrachtet nicht zwingend beim Empfänger ankommen. Im Beispiel des Kaufhauses und den ankommenden Kunden tut man sich leichter den Begriff Ankünfte zu akzeptieren, der ja auch dort nicht unbedingt feststeht, dass der Kunde bedient wird.

Der Knoten kann sich eine mittlere Ankunftsrate bis max. 0,336 Rahmen pro Rahmenzeit erlauben, um einen Verbrauch von bis zu 18 mA zu erzeugen.