

Übungsblatt 8 **Ausgabe: Mi, 15.12.99** **Abgabe: Di, 21.12.99, 18 Uhr**

Aufgabe 1: Rekursive Algorithmen in Java [14 Punkte]

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der einen Weg aus einem Labyrinth sucht, und implementieren Sie den Algorithmus in einem Java-Programm (unter Umständen gibt es mehrere Lösungen, es reicht aber, eine Lösung anzugeben).

```
1 import java.io.*;
2 import java.util.StringTokenizer;
3
4 /*
5  Name:      Labyrinth
6  Author:    Christoph Kuhmuench, Gerald Kuehne
7
8  Mit Hilfe dieser Klasse laesst sich ein Labyrinth aus einer Datei
9  einlesen. Das eingelesene Labyrinth kann anschliessend daraufhin
10 untersucht werden, ob von einem vorgegebenen Startpunkt aus der
11 Ausgang gefunden werden kann.
12 */
13 public class Labyrinth
14 {
15     // nachfolgende Konstanten kapseln die Zeichen, mit deren Hilfe
16     // das Labyrinth definiert wird.
17     private final static char weg      = ' ';
18     private final static char wand    = '*';
19     private final static char start   = '+';
20     private final static char markiert= '0';
21
22     // in diesem array wird das Labyrinth abgespeichert
23     private char[][] laby;
24     // Hoehe und Breite des Labyrinthes
25     private int hoehe;
26     private int breite;
27     // Startpunkt im Labyrinth, von dem aus der Ausgang gesucht wird
28     private int startZeile;
29     private int startSpalte;
30     private int ausgangZeile;
31     private int ausgangSpalte;
32
33     /*
34     Name: Konstruktor von Labyrinth
35
36     Beschreibung: Initialisiert die Attribute des Objektes
37     */
38     public Labyrinth() {
39         laby      = null;
40         hoehe     = -1;
41         breite    = -1;
42         startSpalte = -1;
43         startZeile = -1;
44         ausgangZeile = -1;
45         ausgangSpalte= -1;

```

```

46  }
47
48
49  /*
50     Die nachfolgenden beiden Methoden geben die Werte der
51     Attribute ausgangZeile bzw. ausgangSpalte zurueck.
52  */
53
54  public int leseAusgangZeile() {
55      return ausgangZeile;
56  }
57
58  public int leseAusgangSpalte() {
59      return ausgangSpalte;
60  }
61
62  /*
63     Name:          einlesen
64     Parameter:
65         - String dateiname // Name der einzulesenden Datei
66
67     Rueckgabewert:
68         - boolean // true, wenn einlesen erfolgreich war
69
70     Beschreibung:
71         Die Methode liest ein Labyrinth aus einer Textdatei ein. Es
72         wird ein zweidimensionales Feld erzeugt (laby), in dem das
73         eingelesene Labyrinth abgelegt wird. Weiterhin werden die
74         Attribute hoehe, breite, startZeile und startSpalte
75         entsprechend gesetzt.
76  */
77  public boolean einlesen(String dateiname) {
78      char          c= ' ';
79
80      FileReader    fr    = null;
81      BufferedReader in   = null;
82
83      try {
84          fr= new FileReader(dateiname);
85          in= new BufferedReader(fr);
86      } catch(FileNotFoundException fnfe) {
87          System.out.println("File not found");
88      }
89
90      try {
91          String          s = in.readLine();
92          StringTokenizer st= new StringTokenizer( s );
93          breite= Integer.parseInt( st.nextToken() );
94          s= in.readLine();
95          st= new StringTokenizer( s );
96          hoehe= Integer.parseInt( st.nextToken() );
97
98          laby= new char[hoehe][breite];
99
100         for (int zeile=0; zeile < hoehe; zeile++) {
101             s= in.readLine();
102             for (int spalte=0; spalte < breite; spalte++) {
103                 c= s.charAt(spalte);
104                 switch(c) {
105                     case start:
106                         startSpalte          = spalte;
107                         startZeile           = zeile;

```

```

108         laby[zeile][spalte] = weg;
109         break;
110     case wand:
111     case weg:
112         laby[zeile][spalte]= c;
113         break;
114     default:
115         System.out.println("Falsche Eingabe!");
116         return false;
117     }
118 } // end for spalte
119 } // end for zeile
120 } catch(java.io.IOException ioe) {
121     System.out.println("IO Exception");
122 }
123 return true;
124 }
125
126 /*
127     Name: toString()
128
129     Beschreibung:
130     Die Methode gibt den Inhalt des zweidimensionalen Feldes
131     laby als String zurueck.
132 */
133 public String toString() {
134     String result="";
135
136     for (int zeile= 0; zeile < hoehe; zeile++) {
137         for (int spalte= 0; spalte < breite; spalte++) {
138             result+= laby[zeile][spalte];
139         }
140         result+= "\n";
141     }
142     return result;
143 }
144
145
146 /*
147     Name: starteSuche()
148
149     Beschreibung:
150     Die Methode startet die Suche nach dem Ausgang aus dem
151     Labyrinth. Dazu wird die private rekursive Methode
152     berechne Weg benutzt.
153 */
154 public boolean starteSuche() {
155     return berechneWeg(startZeile, startSpalte);
156 }
157
158
159 /*
160     Name: berechneWeg
161     Parameter:
162         // Koordinaten des Startpunktes der suche
163         - int zeile
164         - int spalte
165
166     Rueckgabewert:
167         - boolean // true, falls ein Weg gefunden wurde. Der
168         // gefundene Weg ist dann markiert.
169

```

```

170 Beschreibung:
171 Sucht rekursiv in laby nach dem Ausgang: In jedem Schritt
172 wird ueberprueft, ob die aktuelle Position ein noch nicht
173 besuchter Weg ist. Falls ja wird ueberprueft, ob vielleicht
174 schon der Ausgang erreicht worden ist (in diesem Fall wird
175 true zurueckgegeben). Falls der Ausgang noch nicht erreicht
176 worden ist und die aktuelle Position ein unbesuchter Weg ist,
177 wird der Reihe nach ueberprueft, ob der Ausgang erreicht
178 wird, indem man nach oben, unten, links oder rechts geht.
179 Dies geschieht, indem sich die Methode selbst erneut mit
180 verschobener Position aufruft.
181 */
182 private boolean berechneWeg(int zeile, int spalte) {
183
184     // System.out.println(this);
185
186     // Abbruchbedingung
187     if( laby[zeile][spalte] != weg ) {
188         return false;
189     };
190
191
192     laby[zeile][spalte] = markiert;
193
194     if(spalte == 0 || spalte == breite-1 ||
195        zeile == 0 || zeile == hoehe-1) {
196         ausgangZeile = zeile;
197         ausgangSpalte= spalte;
198         return true;      /* gefunden */
199     };
200
201     /* nach oben ? */
202     if(berechneWeg(zeile-1, spalte)) {
203         return true;
204     };
205     /* nach unten ? */
206     if(berechneWeg(zeile+1, spalte)) {
207         return true;
208     };
209     /* nach links ? */
210     if(berechneWeg(zeile, spalte-1)) {
211         return true;
212     };
213     /* nach rechts ? */
214     if(berechneWeg(zeile, spalte+1)) {
215         return true;
216     };
217
218     /* nix gefunden, Markierung weg */
219     laby[zeile][spalte] = weg;
220
221     return false;
222 }
223
224 /*
225 Name: main
226
227 Paramter:
228 - argv[0] Name der Datei, die ein Labyrinth enthaelt.
229
230 Beschreibung:
231 Hauptfunktion, die ein Labyrinth-Objekt erzeugt und

```

```
232     "benutzt".
233     */
234     public static void main(String[] argv) {
235         Labyrinth labyrinth= new Labyrinth();
236
237         if ( !labyrinth.einlesen(argv[0]) )
238             System.exit(1);
239
240         if ( !labyrinth.starteSuche() ) {
241             System.out.println("Es gibt kein Weg zum Ausgang");
242         } else {
243             System.out.println("Ausgang gefunden!");
244             System.out.println(labyrinth leseAusgangZeile() + " Zeile");
245             System.out.println(labyrinth leseAusgangSpalte() + " Spalte");
246             System.out.println(labyrinth);
247         }
248     }
249 }
```

Aufgabe 2: Fibonacci-Zahlen [6 Punkte]

In Übungsblatt 7 wurde die Fibonacci-Funktion wie folgt definiert:

$$\text{fib}(n) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } n = 1 \\ 1 & , \text{ falls } n = 2 \\ \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2) & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (1)$$

Der nachfolgende Algorithmus ist aus der Musterlösung von Blatt 7 entnommen (Fehler-Abfrage wurde absichtlich ausgelassen):

```
long fibo (long n) {
    if (n <= 2) {
        return 1;
    } else {
        return fibo (n-1) + fibo (n-2);
    }
}
```

- (a) [3 Punkte] Zeigen Sie, daß der oben abgebildete Algorithmus für alle Integer-Werte $n \mid n \geq 2$ terminiert!

Bei jedem Aufruf werden höchstens zwei neue rekursive Aufrufe erzeugt. Weiterhin wird bei jedem rekursiven Aufruf der Funktionsparameter n um 1 bzw. 2 dekrementiert. Die Rekursion endet, wenn $n \leq 2$. Da n rekursiv dekrementiert wird, wird diese Abbruchbedingung für alle gültigen n erreicht.

- (b) [3 Punkte] Beweisen Sie, daß der oben abgebildete Algorithmus korrekt ist!

Beweis durch vollständige Induktion:

Induktionsbasis: $n = 1, n = 2$ klar

Induktionsannahme: Der Algorithmus liefert das gewünschte Ergebnis für $n - 1, n - 2 \mid n \geq 2$.

Induktionsschluß: zz. Der Algorithmus funktioniert auch für n .

Der Aufruf von $\text{fibo}(n-1)$ und $\text{fibo}(n-2)$ liefert laut Induktionsannahme das korrekte Ergebnis für $n \geq 2$. Wird nun der Algorithmus mit $\text{fibo}(n)$ aufgerufen, so liefert dieser als Ergebnis die Summe aus $\text{fibo}(n-1)$ und $\text{fibo}(n-2)$. Dies ist aber laut oben angegebener Definition (1) korrekt.